Умножаем в уме

Н.САМАРЦЕВ

Хорошо известен способ возведения в квадрат числа, оканчивающегося цифрой 5: нужно число, получаемое из данного отбрасыванием пятерки, помножить на следующее в числовом ряду, т.е. на увеличенное на единицу, и к полученному произведению дописать «25». Например, $45^2 = 2025$, поскольку $4 \times (4+1) = 20$, а дописав к этому числу справа 25, как раз и получим 2025. Объяснение способа простое. Представим оканчивающееся цифрой 5 число в виде $10a + 5$, где a – число десятков. Тогда

$$(10a+5)^2 = 100a^2 + 100a + 25 = a(a+1)\cdot 100 + 25 .$$

Множитель 100, дважды возникший при разложении квадрата суммы, позволил сгруппировать слагаемые и преобразовать выражение. Любопытно, что точно такая же возможность группирования слагаемых возникает и при возведении в квадрат двузначного числа, *начинающегося* на цифру 5:

$$(50+b)^2 = 2500 + 100b + b^2 = (25+b)\cdot 100 + b^2 ,$$

где b – произвольная цифра. Таким образом, для возведения в квадрат двузначного числа, начинающегося на цифру 5, следует прибавить к 25 вторую цифру числа, а к получившейся сумме приписать квадрат второй цифры, причем если квадрат второй цифры однозначный, то перед ним нужно написать 0.

Сравнительно легко умножать «в уме» двузначные числа помогает следующий полезный прием, названный «методом обратной пирамиды». Предположим, умножаются числа $10a + b$ и $10c + d$. Учитывая, что

$$(10a+b)\times(10c+d) = 100ac + 10ad + 10bc + bd ,$$

разместим попарные произведения цифр ac, ad, bc, bd в соответствующих разрядах схемы, напоминающей

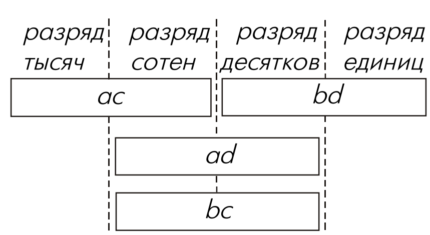

Рис. 1

И.К.Джалилова, Т.М.Сергеева, «Эврика», ФМЛ 27, Харьков, руководители «обратную пирамиду» (рис.1).

Например, умножая 29 на 45, имеем

0	8	4	5
	3	6	
	1	0	

Теперь осталось сложить «в столбик» выписанные числа, и ответ готов: 1305. В отличие от традиционного поразрядного умножения, здесь не нужно запоминать и держать «в уме» цифры, переносимые в старший разряд для складывания со следующим произведением.

При возведении в квадрат двузначного числа $10a + b$ схема «обратной пирамиды» несколько упрощается

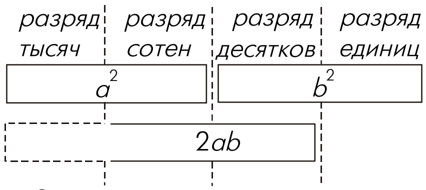

Рис. 2

(рис.2).

Например, возводя в квадрат число 67, имеем

+	3	6	4	9
		8	4	
	4	4	8	9

Этот способ удобен при устных расчетах. Если потренироваться, можно сравнительно легко возводить в квадрат все двузначные числа. Эксперименты с методом «обратной пирамиды» показали увеличение скорости вычислений примерно в 3 раза (конечно, степень улучшения зависит от конкретного человека). Более того, метод допускает естественное обобщение на многозначные числа.

На рисунке 3 приведен пример возведения в квадрат числа 3456789. В первой строке в ряд записываются квадраты цифр возводимого в квадрат числа по порядку. В следующей строке стоят удвоенные произведения соседних цифр, в следующей за ней строке – удвоенные произведения соседей «через одного» и т.д. Если какая-то цифра в квадрате своем дает однозначное число или если удвоенное произведение каких-либо цифр является однозначным числом, то в ячейке, отведенной для записи данного результата, в разряде десятков записывается 0, в разряде единиц – получившееся число. Если же, наоборот, при удвоении произведения получилось трехзначное число, начинающееся на 1 (других вариантов быть не может), то эта единица переносится в соседнюю слева ячейку в разряд единиц (на рисунке 3 ячейки, в которые была внесена единица, выделены толстыми линиями).

3 4 5 6 7 8 9	*исходное число*
09 16 25 36 49 64 81	*квадраты цифр числа*
24 40 60 85 13 44	*удвоенные произведения соседних цифр*
30 48 70 97 26	*удвоенные произведения «соседей через одного»*
36 56 81 08	*удвоенные произведения «соседей через двух» и т.д.*
42 64 90	
48 72	
54	*удвоенное произведение крайних цифр числа*
1 1 9 4 9 3 9 0 1 9 0 5 2 1	*результат*

Рис. 3